

# 几种典型自由设站法测量的解算及精度分析

宋润嘉<sup>1</sup>, 华 斌<sup>2</sup>, 魏洪波<sup>3</sup>

(1. 上海凯悦建设咨询监理有限公司, 上海 200063; 2. 上海科达市政交通设计院, 上海 200030;

3. 上海建筑科学研究院建设工程咨询监理部, 上海 200030)

**摘 要:**在市政工程测量中,在待定点 P 上设站,以必要的精度观测 P 点到几个已知控制点的方向或(和)边长,通过平差计算,进而获得 P 点的坐标和精度,这种测量控制点的方法称为自由设站法。该文介绍几种用该方法测量的实际解算及其精度分析。

**关键词:**工程测量;自由设站法;坐标计算;精度分析

**中图分类号:**TU198.2 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-7716(2005)01-0085-04

## 1 前言

在高等级公路及市政工程测量中,常常需要在已有的一些测量控制点的基础上快速测定一个特定点坐标。如图 1 所示,  $P_1, P_2, \dots, P_n$  为已知控制点, P 为待定点,在 P 点上安置全站仪,以必要的精度观测 P 点到已知点  $P_1, P_2, \dots, P_n$  的方向或(和)边长,通过平差计算,进而获得 P 点的坐标和精度,这种加密测量控制点的方法称为自由设站法。自由设站法的特点是只需在待定点上设站,速度快,工效高,尤其是在城市地区许多建筑物上的固定标志(如楼房顶上的避雷针、电视发射塔的塔尖等)都是高等级的测量控制点,为自由设站法提供了更多的便利条件。

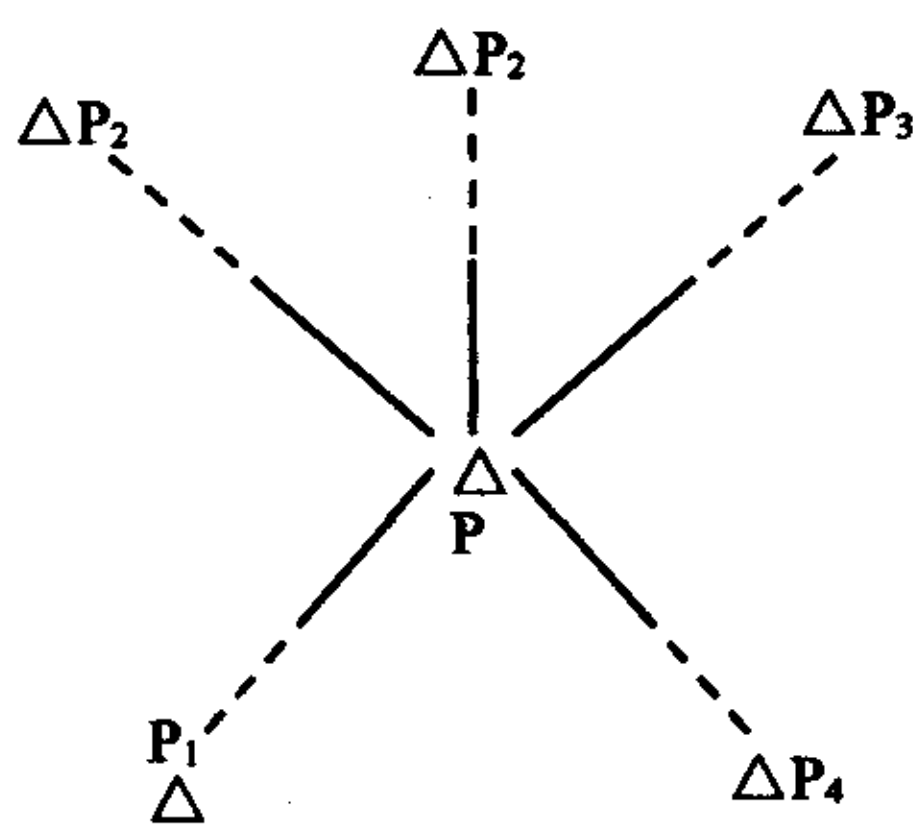


图 1 自由设站法测量示意

本文介绍几种利用少量已知条件的典型自由设站法的定位计算过程,并进行精度评定,以期对相关的工程测量有所裨益。

## 2 一边一角后方交会法

如图 1、2 所示。  $A(X_A, Y_A), B(X_B, Y_B)$  为两已

知点, P 为待定点,在 P 点架设仪器,在 A 点上安置棱镜,测量一条边  $S_B$  及一个角  $\gamma$ 。

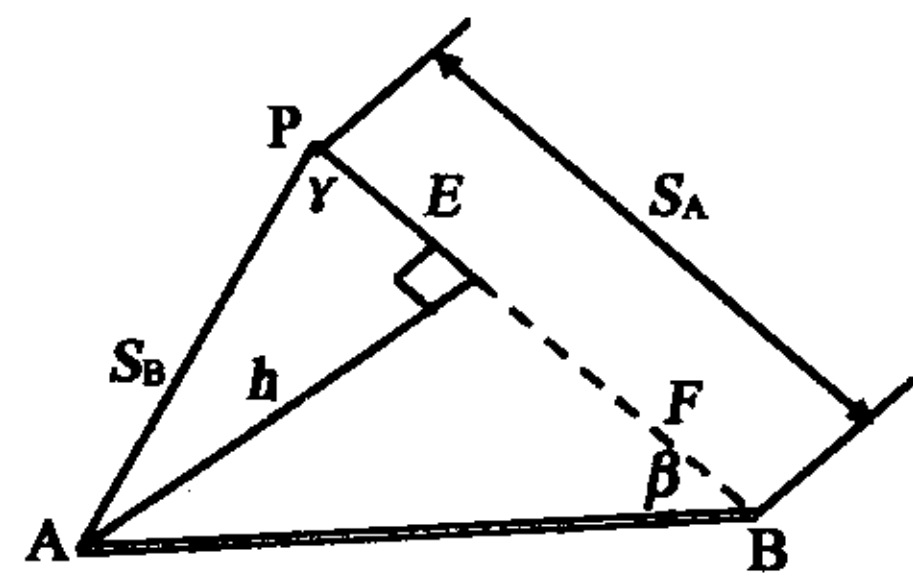


图 2 一边一角后方交会法测量示意

P 点坐标计算的关键是求  $S_A$ , 根据余弦定理,有:

$$S_A^2 - 2S_B \cos \gamma S_A + (S_B^2 - S_{AB}^2) = 0 \quad (1)$$

此式为一元二次方程,解得

$$S_A = S_B \cos \beta \pm \sqrt{S_{AB}^2 - S_B^2 \sin^2 \gamma} \quad (2)$$

由于 P 点既可以在 AB 左侧,又可以在右侧,其解不是唯一的。现分析如下:

由图 2 不难看出,  $S_B \cos \gamma = E, S_B \sin \gamma = h$

$\sqrt{S_{AB}^2 - S_B^2 \sin^2 \gamma} = F$ , 因此(2)式又可表示为

$$S_A = E \pm F \quad (3)$$

式(3)的几何意义表示:三角形的未知边为另两条边在其上投影的代数和。式(3)的“±”号表示  $S_A$  可能存在双解,由于  $S_A$  为三角形的一个边长,必须为正值。因此,当  $E > F$  时,  $S_A$  边长存在双解,即  $S_A = E \pm F$ ; 当  $E \leq F$  时,由于  $E - F$  为负值或 0,无意义,因此  $S_A$  边长仅有一解,即  $S_A = E + F$ 。显然,由于  $S_A$  的单双解必然对应着一边一角后交的单双解,因此,一边一角后交取得单值解的充要条件是:  $E \leq F$ , 或者  $S_B \leq S_{AB}$ , ( $S_B = \sqrt{h^2 + E^2}, S_{AB} = \sqrt{h^2 + F^2}$ ), 即所测边长不大于已知边长。换句话说,只要保证所测边长不大于已知边长,即能确保一边一角后交的单值性。否则,则具有双值性。

收稿日期:2004-09-28

作者简介:宋润嘉(1975-),男,上海人,助理工程师,从事建设工程施工和监理工作。



当求出  $S_A$  后, 就可以计算 P 点坐标。

$$\text{据正弦定理 } \sin\beta = \frac{S_B}{S_{AB}} \sin\gamma \quad (4)$$

$$\text{可解 } \beta = \sin^{-1} \left( \frac{S_B}{S_{AB}} \sin\gamma \right)$$

$$\angle A = 180^\circ - \beta - \gamma$$

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} \pm \angle A = \alpha_{AB} \pm (\beta + \gamma - 180^\circ) \quad (5)$$

式(5)中, 当 P 点位于 AB 边右侧时, 取“-”号, 当 P 点位于 AB 边左侧时, 取“+”号。

$$\Delta X_{AP} = S_B \cos\alpha_{AP}, \Delta Y_{AP} = S_B \sin\alpha_{AP}$$

$$\left. \begin{aligned} X_P &= X_A + \Delta X_{AP} \\ Y_P &= Y_A + \Delta Y_{AP} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

微分式(6), 并不顾及起始点误差得:

$$\left. \begin{aligned} d_{xp} &= \cos\alpha_{AP} dS_B - S_B \sin\alpha_{AP} \frac{d\alpha_{AP}}{\rho} \\ d_{yp} &= \sin\alpha_{AP} dS_B + S_B \cos\alpha_{AP} \frac{d\alpha_{AP}}{\rho} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

对式(4)两边求微分, 得:

$$d\beta = \frac{\sin\gamma}{\cos\beta} \times \frac{1}{S_{AB}} dS_B + \frac{S_B}{S_{AB}} \times \frac{\cos\gamma d\gamma}{\cos\beta \rho}$$

对式(5)求微分, 得:

$$\frac{d\alpha_{AP}}{\rho} = \frac{\sin\gamma}{\cos\beta} \times \frac{1}{S_{AB}} dS_B + \left( 1 + \frac{S_B}{S_{AB}} \times \frac{\cos\gamma}{\cos\beta} \right) \frac{d\gamma}{\rho} \quad (8)$$

将式(8)代入式(7), 并化简

$$d_{xp} = \frac{\cos(\alpha_{AP} + \beta)}{\cos\beta} dS_B - \frac{S_B \sin\alpha_{AP} \times \sin A d\gamma}{\cos\beta \times \sin\gamma \rho}$$

$$d_{yp} = \frac{\sin(\alpha_{AP} + \beta)}{\cos\beta} dS_B - \frac{S_B \cos\alpha_{AP} \times \sin A d\gamma}{\cos\beta \times \sin\gamma \rho}$$

将以上两式转化为中误差式, 并相加简化得:

$$M_P^2 = m_x^2 + m_y^2 = \frac{m_{SA}^2}{\cos^2\beta} + \frac{S_B^2 \sin^2 A}{\cos^2\beta \sin^2\gamma} \times \frac{m_\gamma}{\rho^2}$$

上式也可以写为:

$$M_P^2 = \frac{1}{\cos^2\beta} \times m_{SA}^2 + \frac{S_B^2 S_A^2}{S_{AB}^2} \times \frac{1}{\cos^2\beta} \times \frac{m_\gamma}{\rho^2} \quad (9)$$

式(9)表明, 一边一角后交定点的精度除与测角、测边精度( $m_\gamma$ 、 $m_s$ )相关外, 还与交会图形密切相关。由(9)式可以作出如下结论:

(1) 当  $\beta = 90^\circ$  时,  $m_P^2 = \infty$ , 因此, 一边一角后方交会应避免三角形中非量测边与已知边相垂直或近似垂直, 亦即  $\beta = 75^\circ \sim 105^\circ$  区域为禁用区域。如若必须在此位置选定点位时, 则应改换量测边的高(即量测边由 AP 改换为 BP)为宜。

(2) 当  $\beta = 0^\circ$ , 对  $m_P$  最有利, 因此, 一边一角后方交会的布设图形以  $\beta < 30^\circ$  的三角形为好。当待定点 P 位于已知边上或其延长线上时,  $m_P^2$  的大小主要取决于  $(S_A S_B / S_{AB})$  值的大小。由极值理论知, 当  $S_A$

与  $A_B$  的和(等于  $S_{AB}$ )一定时,  $S_A$  与  $S_B$  相等时, 其  $S_A$  与  $S_B$  的乘积最大。因此, 当待定点 P 位于已知边附近, 且接近于已知点时, 为一边一角后方交会的最佳布点区域。

### 3 双边单角后方交会法

如图 3 所示, 在 P 点架设仪器, 在 A、B 两点上安置棱镜, 测得两条边  $S_1, S_2$  及一个角  $\gamma$ , 由于必要观测个数仅为 2, 而观测数为 3, 存在一个多余观测, 就要进行平差。

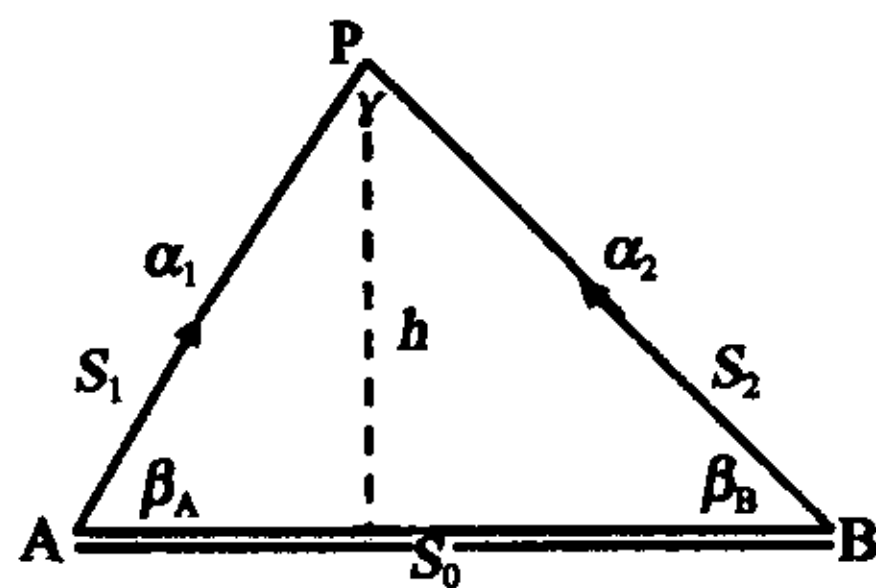


图 3 双边单角后方交会法示意

设观测值的权分别为:  $P_\gamma = 1/m_\gamma^2$ ,  $P_{S1} = 1/m_{S1}^2$ ,  $P_{S2} = 1/m_{S2}^2$ 。

由于在 P 测站仅有两个方向, 故所测角度自然独立, 即按角度平差和按方向平差是一样的, 因此本文采用角度平差。

按间接平差法, 列出的误差方程式为

$$V_{S1} = \cos\alpha_1 d_{XP} + \sin\alpha_1 d_{YP} + l_1 \quad (10)$$

$$V_{S2} = \cos\alpha_2 d_{XP} + \sin\alpha_2 d_{YP} + l_2 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} V_\gamma &= \left( -\frac{\rho}{S_1} \sin\alpha_1 + \frac{\rho}{S_2} \sin\alpha_2 \right) d_{XP} \\ &\quad + \left( \frac{\rho}{S_1} \cos\alpha_1 - \frac{\rho}{S_2} \cos\alpha_2 \right) d_{YP} + \omega \end{aligned} \quad (12)$$

式中,  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  为 A 和 B 到 P 的坐标方位角近似值,  $l_1 = S_1^0 - S_1$ ,  $l_2 = S_2^0 - S_2$ ,  $\omega = \gamma^0 - \gamma$ ,  $S_1^0, S_2^0, \gamma^0$  为近似边长和近似角值, 这些值均可由 P 点的近似坐标与已知点坐标反算而得。当 P 点的近似坐标由式(19)及式(19-1)求得时, 则式(10)、(11)中的常数项  $l_1 = l_2 = 0$ , 因此由式(10)和(11)不难解得:

$$\left. \begin{aligned} d_{XP} &= \frac{1}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)} (\sin\alpha_2 V_{S1} - \sin\alpha_1 V_{S2}) \\ d_{YP} &= \frac{1}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)} (-\cos\alpha_2 V_{S1} + \cos\alpha_1 V_{S2}) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

将上式代入式(12), 整理后有:

$$\frac{S_{AB}\rho}{S_1 S_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1)} (\cos\alpha_1 V_{S1} + \cos\alpha_2 V_{S2}) - V_\gamma + \omega = 0$$

即:

$$\frac{\rho}{h} (\cos\alpha_1 V_{S1} + \cos\alpha_2 V_{S2}) + V_\gamma - \omega = 0 \quad (14)$$

式中,  $h$  为底边高。



对式(14)的条件方程式组成法方程得:

$$\left(\frac{1}{P_\gamma} + \frac{P^2}{h^2} + \frac{\cos^2 A}{P_{S1}} + \frac{\rho^2}{h^2} + \frac{\cos^2 B}{P_{S2}}\right)K - \omega = 0 \quad (15)$$

则:

$$K = \frac{h^2 m_\gamma^2 \omega}{h^2 m_\gamma^2 + \rho^2 (\cos^2 A m_{S1}^2 + \cos^2 B m_{S2}^2)} \quad (16)$$

由观测值改正数公式  $V = P^{-1} A^T K$  可得:

$$V_{S1} = \frac{m_{S1}^2 \rho}{m_\gamma^2 h} \cos A \times K$$

$$V_{S2} = \frac{m_{S2}^2 \rho}{m_\gamma^2 h} \cos B \times K$$

$$V_\gamma = K \quad (17)$$

则平差后观测值为:

$$\bar{S}_1 = S_1 + V_{S1}$$

$$\bar{S}_2 = S_2 + V_{S2}$$

$$\bar{\gamma} = \gamma + V_\gamma \quad (18)$$

由  $\bar{S}_1$ 、 $\bar{S}_2$  即可由下式求得平差后的坐标值:

$$\left. \begin{aligned} \bar{X}_P &= X_A + L(X_B - X_A) + H(Y_B - Y_A) \\ \bar{Y}_P &= Y_A + L(Y_B - Y_A) + H(X_B - X_A) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} L &= (\bar{S}_1^2 + S_{AB}^2 - \bar{S}_2^2) / 2S_{AB}^2 \\ H &= \sqrt{\bar{S}_1^2 / S_{AB}^2 - L^2} \end{aligned} \right\} \quad (19-1)$$

由式(10)、(11)、(12)知:

$$\begin{aligned} \text{法方程的系数阵 } N &= \begin{bmatrix} [paa] & [pab] \\ [pab] & [pbb] \end{bmatrix} \\ N^{-1} &= 1/\Delta \begin{bmatrix} [paa] & -[pab] \\ -[pab] & [pbb] \end{bmatrix} \end{aligned}$$

式中,  $\Delta = [paa][pbb] - [pab]^2$

其中,

$$[paa] = P_{S1} \cos^2 \alpha_1 + P_{S2} \cos^2 \alpha_2 + P_\gamma \left( \frac{\rho}{S_1} \sin \alpha_1 - \frac{\rho}{S_2} \sin \alpha_2 \right)^2$$

$$[pbb] = P_{S1} \sin^2 \alpha_1 + P_{S2} \sin^2 \alpha_2 + P_\gamma \left( \frac{\rho}{S_1} \cos \alpha_1 - \frac{\rho}{S_2} \cos \alpha_2 \right)^2$$

$$[pab] = P_{S1} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 + P_{S2} \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 - P_\gamma \left( \frac{\rho}{S_1} \sin \alpha_1 - \frac{\rho}{S_2} \sin \alpha_2 \right) \left( \frac{\rho}{S_1} \cos \alpha_1 - \frac{\rho}{S_2} \cos \alpha_2 \right)$$

则:

$$\Delta = P_{S1} P_{S2} \sin^2 \gamma + P_{S1} P_\gamma \frac{\rho^2 S_{AB}^2}{S_1^2 S_2^2} \cos B + P_{S2} P_\gamma \frac{\rho^2 S_{AB}^2}{S_1^2 S_2^2} \cos A \quad (20)$$

$$[paa] + [pbb] = P_{S1} + P_{S2} + P_\gamma \rho^2 \frac{S_{AB}^2}{S_1^2 S_2^2} \quad (21)$$

$$m_{XP} = \frac{[pbb]}{\Delta}, m_{YP} = \frac{[paa]}{\Delta} \quad (22)$$

将式(20)、(21)代入式(22),并顾及  $P$  与  $m^2$  的关系可得二边一角后交的精度估计公式:

$$M_P^2 = \frac{m_{S1}^2 + m_{S2}^2 + \frac{S_{AB}^2 \rho^2}{S_1^2 S_2^2} \times \frac{m_{S1}^2 m_{S2}^2}{m_\gamma^2}}{\sin^2 \gamma + \frac{S_{AB}^2 \rho^2}{S_1^2 S_2^2} \left( \cos^2 A \frac{m_{S1}^2}{m_\gamma^2} + \cos^2 B \frac{m_{S2}^2}{m_\gamma^2} \right)} \quad (23)$$

由于式(23)的分母与式(16)的分母有共同的因子,因此待定点的点位精度可由已算得的  $K$ ,  $\omega$  由下述变形公式求得:

$$m_P^2 = \frac{K}{\omega} \left( \frac{m_{S1}^2 + m_{S2}^2}{\sin \gamma} + \frac{\rho^2}{h^2} \frac{m_{S1}^2 + m_{S2}^2}{m_\gamma^2} \right) \quad (24)$$

分析式(22)、(24),并由文献[1]可知:

(1)两边一角后交的点位精度与测边长短和交角大小有关,交会角  $30^\circ \sim 150^\circ$  范围内其点位误差值变化不甚显著,以  $\gamma$  接近  $90^\circ$  的点位精度最佳。

(2)待定点位的精度对称于已知边的中垂线,相对地说,当交会角为定值时,点位沿等角圆弧移动,偏离中垂线远的点则其精度要优于位于中垂线上的点。位于垂线上的点,点位误差最大。

(3)当两测边中有一边短于已知边且为定值时,其点位精度,随交会角度变小而降低,反之则高。

#### 4 两边距离交会

AB 为已知点,  $P$  为待定点,  $S_1$  和  $S_2$  为量测边,其坐标计算公式为:

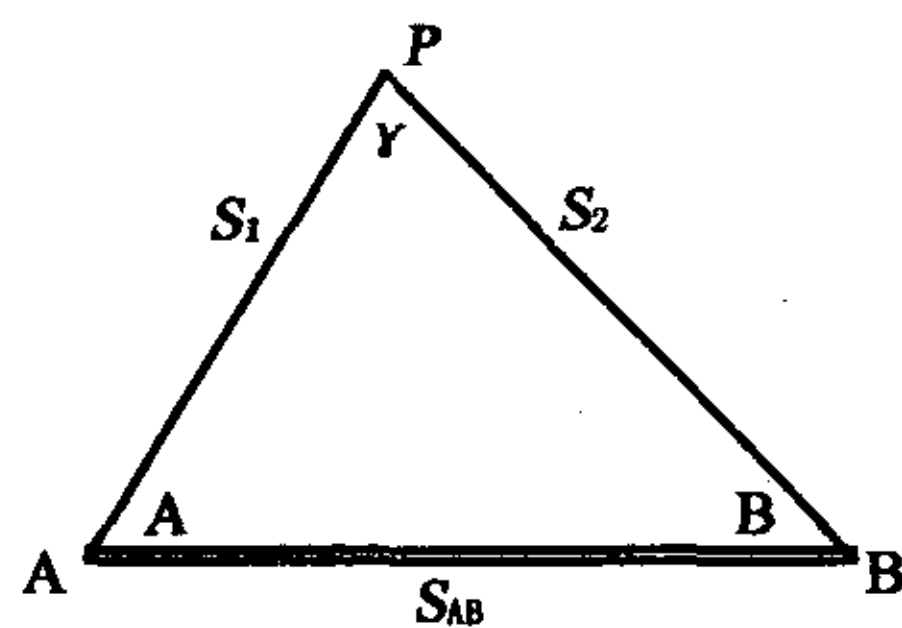


图 4 两边距离交会测量示意图

$P$  的坐标为  $X_P = X_A + \Delta X_{AP}$

$$Y_P = Y_A + \Delta Y_{AP} \quad (25)$$

$$\text{式中: } \Delta X_{AP} = \frac{1}{S_{AB}} \left( \frac{S_1^2 + S_{AB}^2 - S_2^2}{2S_{AB}} \times \Delta X_{AB} - \sqrt{S_1^2 - \left( \frac{S_1^2 + S_{AB}^2 - S_2^2}{2S_{AB}} \right)^2} \times \Delta Y_{AB} \right)$$

$$\Delta Y_{AP} = \frac{1}{S_{AB}} \left( \frac{S_1^2 + S_{AB}^2 - S_2^2}{2S_{AB}} \times \Delta Y_{AB} - \sqrt{S_1^2 - \left( \frac{S_1^2 + S_{AB}^2 - S_2^2}{2S_{AB}} \right)^2} \times \Delta X_{AB} \right)$$

对  $X_P$ 、 $Y_P$  进行全微分,并不顾及起始点误差

$$dX_P = -\frac{\sin \alpha_{BP}}{\sin \gamma} \times d_{s_1} + \frac{\sin \alpha_{AP}}{\sin \gamma} \times d_{s_2}$$

$$dY_P = -\frac{\cos \alpha_{BP}}{\sin \gamma} \times d_{s_1} - \frac{\cos \alpha_{AP}}{\sin \gamma} \times d_{s_2}$$



# 建设工程质量检测实验室不符合项控制

丁整伟

(上海市建设工程质量检测中心杨浦区分中心, 上海 200438)

**摘 要:**从建设工程质量检测实验室的不符合项的概念、来源与核查、预防和纠正四个方面进行分析, 为实验室避免不符合项的发生, 确保质量体系持续适宜、充分有效提供参考。

**关键词:**建设工程; 质量检测; 不符合项

**中图分类号:** TU712.3 **文献标识码:** B **文章编号:** 1009-7716(2005)01-0088-02

## 1 前言

随着《上海市计量监督管理条例》的实施, 各个向社会出具检测数据的建设工程检测实验室在设备、人员、管理制度和检测环境等方面都必须按照国家计量技术规范的要求开展检测工作。

根据上海市质量技术监督局的要求, 从今年起全面执行以《检测和校准实验室能力的通用要求》为基础的《上海市计量认证评审准则》, 这样对实验室的管理要求和技术要求将提高到直接与国际接轨, 并将对实验室的发展起到推动和促进和作用。

建设工程质量检测实验室通过建立质量管理体系, 贯彻《上海市计量管理条例》, 保证实验室能按照《上海市计量认证评审准则》的要求落实执行, 提高实验室的内在素质。

在实验室组织的内部质量体系审核、进行不合格工作控制、接受外部认可或评审时, 不可避免地会

发现一些质量体系运行或技术操作过程中的不符合项, 针对这些不符合项, 实验室必须进行原因分析, 并根据其具体情况和严重程度采取相应的预防及纠正措施, 防止类似问题的再次发生, 保证质量体系的持续有效并不断完善。

下面从概念、来源与核查、预防和纠正四个方面对建设工程质量检测实验室的不符合项进行分析。

## 2 概念

所谓建设工程质量检测实验室的不符合项的控制, 是指对检测工作不符合程序规定并导致检测的结果不符合其程序规定或客户同意的要求, 即通常所说的结果发生差错的现象的控制。因此, 建设工程质量检测实验室里的“不符合项”或者说“工作不合格”, 与混凝土、钢筋、水泥等样品检测结果的合格与否是两个不同的概念, 不可混淆。

## 3 来源与核查

建设工程质量检测实验室的不符合项主要来源于人员差错、设备差错、环境条件失控、检测方法上

收稿日期: 2004-07-19

作者简介: 丁整伟(1965—), 男, 江苏宜兴人, 工程师, 分中心副主任, 从事建设工程质量检测工作。

转换成中误差形式, 得 P 点的坐标观测中误差

$$m_{XP} = \frac{1}{\sin\gamma} \sqrt{\sin^2 \alpha_{BP} m_{S1}^2 + \sin^2 \alpha_{AP} m_{S2}^2} \quad (26)$$

$$m_{YP} = \frac{1}{\sin\gamma} \sqrt{\cos^2 \alpha_{BP} m_{S1}^2 + \cos^2 \alpha_{AP} m_{S2}^2}$$

$$m_P^2 = m_{XP}^2 + m_{YP}^2 \quad (27)$$

将式(26)代入式(27)并化简, 得:

$$m_P^2 = \frac{m_{S1}^2 + m_{S2}^2}{\sin^2 \gamma} \quad (27-1)$$

式(27-1)表明:

(1)测边交会除与测边误差有关外还与测边交

会的交会角  $\gamma$  密切相关, 而与观测边长  $S_1$ 、 $S_2$  及已知边  $S_{AB}$  的长短无关。

(2)当  $\gamma = 90^\circ$  时,  $M_P$  得最小值, 即测边交会的最优图形为交会角  $\gamma$  等于  $90^\circ$  的直角三角形。

### 参考文献

- [1] 严伯铎. 边角交会定点精度综述[J]. 勘察科学技术, 1989, (3).
- [2] 李全信. 关于几种交会定点的精度估算公式[J]. 城市勘测, 1994, (1).
- [3] 魏洪波. 后方交会点位误差的分布规律及其在特大型露天矿山的应用[J]. 江西测绘, 1985, (2).